

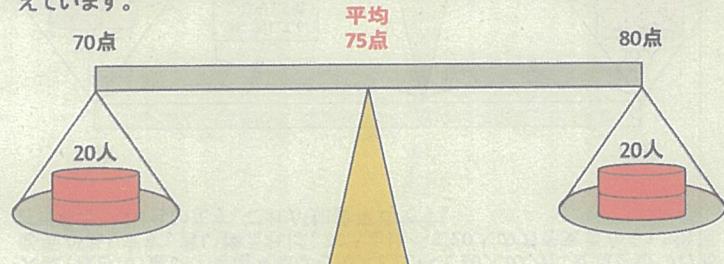
加重平均について

島根県立大学 鈴木遵也

1

天秤による平均のイメージ

同じ人数(重さ)なら支点を中央にすればつり合う。単純平均はこのように考えておきます。



(注)天秤の棒などの重さはないと考えます。

3

单纯平均と加重平均

单纯平均

それぞれの値の総和(合計値)を個数で割ったもの

例) Aクラス、Bクラスの平均点が70点、80点であるとき、2クラスの平均点は $(70+80)/2=75$ で計算されます。クラスの人数違いがあっても、その点は考慮しません。つまり、どちらのクラスも同じ単位をつけて計算します。

$70 \times (1/2) + 80 \times (1/2) = 70 \times 0.5 + 80 \times 0.5 = 75$ 点 \Rightarrow どちらも0.5という同じ重みで計算

加重平均

それぞれの値の重みを考慮して平均値を計算したもの

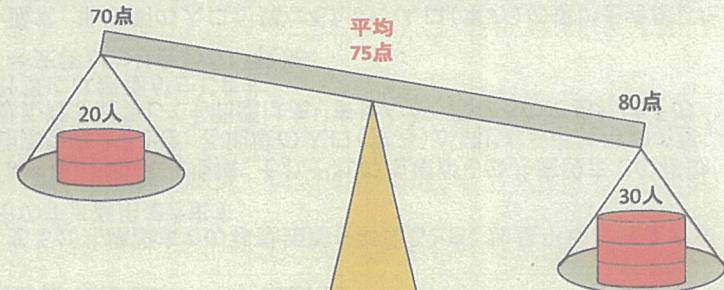
例) Aクラス、Bクラスの平均点が70点、80点であり、クラスの人数が20人、30人であるとき、AクラスよりもBクラスの人数が1.5倍多いため、Bクラスに1.5倍の重みをつけて2クラスの平均点を計算します。

$70 \times (2/5) + 80 \times (3/5) = 70 \times 0.4 + 80 \times 0.6 = 76$ 点 \Rightarrow Bクラスの重みを1.5倍(0.6/0.4)にして計算

2

重さが変わるとつり合わなくなる

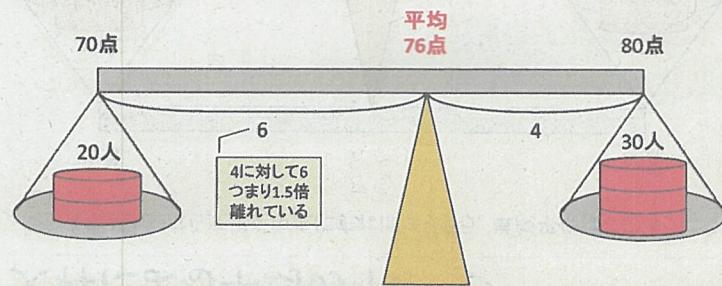
人数(重さ)が違うと、支点を中央にすれば当然つり合いません。つまりこの場合、単純平均の75点には無理があります。



4

重さを考慮した天秤のつり合い

人数(重さ)の違いを考慮するなら20人と比べて30の方に支点を近づける必要があります。言い換えれば、30人と比べて20の方を支点から1.5倍遠ざけると、つり合います。これが加重平均です。



5

施設配置への適用

- ある公共施設までの移動距離を考えるとき、加重平均の考え方方がそのまま適用できます。

- A地域、B地域、C地域、それぞれの地域から公共施設までの移動距離を考えるとき、各地域の人口(重み)が同じなら単純平均で移動距離を計算しても問題はありませんが、異なるのであればその計算には無理が生じます。

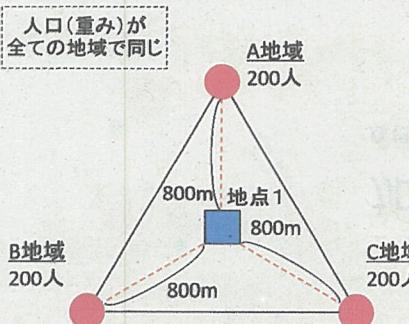
⇒天秤がつり合わない状況

- 通常、地域間の人口が異なるため、人口(重み)の違いを考慮した加重平均によって公共施設までの移動距離を計算する必要があります。

⇒天秤がつり合う状況

6

人口が全て同じケースの最適配置



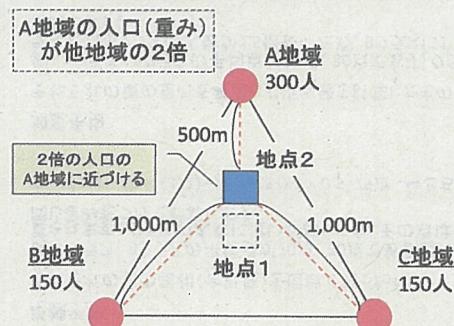
3地域の人口が同じなら、天秤の支点を中央に持ってくるのと同様に、3地域の中央(地点1)に施設を配置することで、移動距離の加重平均は最小になります。

$$800m \times (1/3) + 800m \times (1/3) + 800m \times (1/3) = 800m$$

全ての地域からの移動距離を同じにすることで最適な施設配置を実現できます。

7

人口が異なるケースの最適配置



A地域の人口が倍であるため、天秤の支点を人数の多い方に近づけるのと同様に、施設をA地域に近づけ、A地域と比べて他の地域の移動距離が2倍になるところ(地点2)に配置することで、3地域の移動距離の加重平均は最小になります。

$$500m \times (1/2) + 1,000m \times (1/4) + 1,000m \times (1/4) = 750m$$

人口の多いA地域の移動距離を短くすることで最適な施設配置を実現できます。

8

地点1と地点2の加重平均の比較

先ほどのA地域の人口が他地域の2倍のケースにおいて、地点1と地点2それぞれに施設を配置したときの加重平均を比較してみましょう。

地点1に施設を配置したとき

$$800m \times (1/2) + 800m \times (1/4) + 800m \times (1/4) = 400m + 200m + 200m = 800m$$

A地域の重み 0.5 B地域の重み 0.25 C地域の重み 0.25
⇒ A地域の人口(重み)が2倍であるにも関わらず移動距離が3地域で同じになっているため加重平均を最小化できていません。つまり最適ではありません。

地点2に施設を配置したとき

$$500m \times (1/2) + 1,000m \times (1/4) + 1,000m \times (1/4) = 250m + 250m + 250m = 750m$$

A地域の重み 0.5 B地域の重み 0.25 C地域の重み 0.25
⇒ A地域の2倍の人口(重み)にあわせ、A地域と比べた他地域の移動距離が2倍(1,000m/500m)になっているため加重平均を最小化できています。つまり最適な状態です。

まとめ

- 全ての地域の人口が等しい場合は、全ての地域の移動時間が等しくなる場所(中央)に施設を配置することで、最適配置を実現できることがわかりました。
- 各地域の人口が等しくない場合は、人口の多い地域の近くに施設を配置することで、最適配置を実現できることがわかりました。
- 今回は「移動距離」に基づいて比較を行いましたが、距離が同じであっても、交通手段の違いによって「移動時間」が異なることは十分に考えられることから、移動時間で加重平均を最小化することがより現実的だと考えられます。
- つまり消防施設の配置を検討するためには、現場までの「到着時間」で考える必要があるということになります。